Soit $A(x)=2x^2-3x-5$

1) a) Factoriser $A(x)$

b) Résoudre alors dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $2x^2-3|x|-5\le 0$

c) Dresser le tableau de signe $A(x)$

d) Comparer sans faire le calcul $A(-1-\sqrt{2})$ *et* $A(1+\sqrt{2})$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations

a) $|x^2-2x-3|<A(x)$

b) $\sqrt{A(x)}\le x-1$

3) Soit $f(x)=\dfrac{x^3-x}{A(x)}$

a) Déterminer Df (ensemble des réels x pour lesquels $f(x)$ à un sens)

b) Vérifier que $f(x)=\dfrac{x(x-1)}{2x-5}$ pour tout réel de Df

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x)\ge x$

1) $A(x)=2x^2-3x-5$

$a=2,\ b=-3$ et $c=-5$

$a-b+c=0$

Les racines de $A(x)$ sont -1 et $-\frac{c}{a}=\frac{5}{2}$

$A(x)=2(x+1)(x-\frac{5}{2})$ $\quad a(x-x')(x-x'')$

$\boxed{A(x)=(x+1)(2x-5)}$

b)

$2x^2-3|x|-5\le 0$

$\Leftrightarrow \underbrace{(|x|+1)}_{>0}(2|x|-5)\le 0$

$\Leftrightarrow 2|x|-5\le 0$

$\Leftrightarrow |x|\le\frac{5}{2} \Leftrightarrow -\frac{5}{2}\le x\le\frac{5}{2}$

$S_{\mathbb{R}}=[-\frac{5}{2},\frac{5}{2}]$

Soit $A(x)=2x^2-3x-5$

1) a) Factoriser $A(x)$

b) Résoudre alors dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $2x^2-3|x|-5\le 0$

c) Dresser le tableau de signe $A(x)$

d) Comparer sans faire le calcul $A(-1-\sqrt{2})$ *et* $A(1+\sqrt{2})$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations

a) $|x^2-2x-3|<A(x)$

b) $\sqrt{A(x)}\le x-1$

3) Soit $f(x)=\dfrac{x^3-x}{A(x)}$

a) Déterminer Df (ensemble des réels x pour lesquels $f(x)$ à un sens)

b) Vérifier que $f(x)=\dfrac{x(x-1)}{2x-5}$ pour tout réel de Df

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x)\ge x$

b)

x	$-\infty$	$-1-\sqrt{2}$	-1	$1+\sqrt{2}$	$\frac{5}{2}$	$+\infty$
$2x^2-3x-5$	+		0	−	0	+

c)

$A(-1-\sqrt{2})$ $\quad$ $A(1+\sqrt{2})$

$-1-\sqrt{2}\in]-\infty,-1[\Rightarrow A(-1-\sqrt{2})>0$

$1+\sqrt{2}\in]-1,\frac{5}{2}[\Rightarrow A(1+\sqrt{2})<0$

d'où $A(1+\sqrt{2})<A(-1-\sqrt{2})$

Soit $A(x)=2x^2-3x-5$

1) a) Factoriser $A(x)$

b) Résoudre alors dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $2x^2-3|x|-5\le 0$

c) Dresser le tableau de signe $A(x)$

d) Comparer sans faire le calcul $A(-1-\sqrt{2})$ *et* $A(1+\sqrt{2})$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations

a) $|x^2-2x-3|<A(x)$

b) $\sqrt{A(x)}\le x-1$

3) Soit $f(x)=\dfrac{x^3-x}{A(x)}$

a) Déterminer Df (ensemble des réels x pour lesquels $f(x)$ à un sens)

b) Vérifier que $f(x)=\dfrac{x(x-1)}{2x-5}$ pour tout réel de Df

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x)\ge x$

x	$-\infty$		-1		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$2x^2-3x-5$		$+$	0	$-$	0	$+$	

2) a) $|x^2-2x-3|<A(x)$

condition d'existence

$A(x)>0 \iff x\in\,]-\infty,-1[\,\cup\,]\frac{5}{2};+\infty[$ X

Soit $x\in\,]-\infty,-1[\,\cup\,]\frac{5}{2};+\infty[$

$|x^2-2x-3|<A(x)$

$\iff |x^2-2x-3|<2x^2-3x-5$

$\iff (x^2-2x-3)^2<(2x^2-3x-5)^2$

$\iff (2x^2-3x-5)^2-(x^2-2x-3)^2<0$

$\iff (2x^2-3x-5-x^2+2x+3)(2x^2-3x-5+x^2-2x-3)<0$

$\iff (x^2-x-2)(3x^2-5x-8)<0$

a-b+c

$x^2-x-2=0$

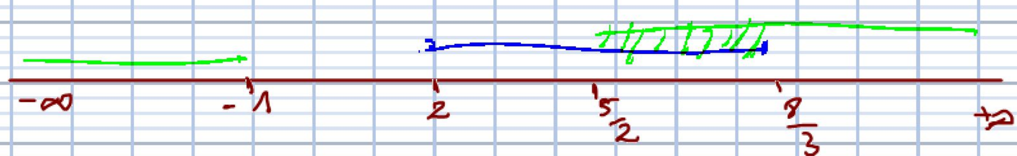
$x=-1$ ou $x=2$

$3x^2-5x-8=0$

$x=-1$ ou $x=\frac{8}{3}$

x	$-\infty$		-1		2		$\frac{8}{3}$		$+\infty$
x^2-x-2		$+$	0	$-$	0	$+$		$+$	
$3x^2-5x-8$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
Produit		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$x\in\,]2,\frac{8}{3}[$ et $x\in\,]-\infty,-1[\,\cup\,]\frac{5}{2},+\infty[$



x	$-\infty$		-1		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$2x^2-3x-5$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$S_{\mathbb{R}}=\,]\frac{5}{2},\frac{8}{3}[$

Soit $A(x)=2x^2-3x-5$

$|x^2-2x-3|<A(x)$

$|x^2-2x-3|<A(x)$

$|(x+1)(x-3)|<(2x-5)(x+1)$

$|(x+1)(x-3)|<(5-2x)(-(x+1))$

$(x^2-2x-3)=(x+1)(x-3)$

$2x^2-3x-5=(x+1)(2x-5)$

$x\in]-\infty,-1[\cup]\frac{5}{2},+\infty[$

$|x-3|<5-2x$

x	$-\infty$		-1		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$2x^2-3x-5$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Soit $A(x)=2x^2-3x-5$

1) a) Factoriser $A(x)$

b) Résoudre alors dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $2x^2-3|x|-5\le 0$

c) Dresser le tableau de signe $A(x)$

d) Comparer sans faire le calcul $A(-1-\sqrt{2})$ et $A(1+\sqrt{2})$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations

a) $|x^2-2x-3|<A(x)$

b) $\sqrt{A(x)}\le x-1$

3) Soit $f(x)=\frac{x^3-x}{A(x)}$

a) Déterminer Df (ensemble des réels x pour lesquels $f(x)$ à un sens)

b) Vérifier que $f(x)=\frac{x(x-1)}{2x-5}$ pour tout réel de Df

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x)\ge x$

$\sqrt{A(x)}\leqslant x-1$

Condition d'existence

$A(x)\ge 0$ et $x-1\ge 0$

$\begin{cases} x\in]-\infty,-1]\cup[\frac{5}{2};+\infty[\\ \text{et} \\ x\in[1;+\infty[\end{cases}$ $\Rightarrow x\in[\frac{5}{2},+\infty[$

$-\infty \quad -1 \quad 1 \quad \frac{5}{2} \quad +\infty$

Soit $x\in[\frac{5}{2},+\infty[$

$\sqrt{A(x)}\leqslant x-1 \Leftrightarrow 2x^2-3x-5\leqslant(x-1)^2$

$\Leftrightarrow 2x^2-3x-5\leqslant x^2-2x+1$

$\Leftrightarrow x^2-x-6\leqslant 0$

$x^2-x-6=0$

$\Delta=1-4\times(-6)=25$

$x=\frac{1-5}{2}=-2$ ou $x=3$

x	$-\infty$		-2		$\frac{5}{2}$	3		$+\infty$
x^2-x-6		$+$	0		$-$	0	$+$	

$S_{\mathbb{R}}=[\frac{5}{2},3]$

في دارك... إتهنى على قراية إصغارك

1)a) Résoudre dans IR l'équation suivante : $x^2 - 7x + 6 = 0$

b) Résoudre alors dans IR^2 les systèmes suivants.

$(S_1)\begin{cases}2x + y = 7\\ xy = 3\end{cases}$ $(S_2)\begin{cases}1 + xy = 7x\\ \dfrac{y}{x} = 6\end{cases}$

2) Résoudre dans IR l'inéquation $\dfrac{x^2 - 6x + 7}{x + 1} < 1$

1) $x^2 - 7x + 6 = 0$

$1 - 7 + 6 = 0$

$x = 1$ ou $x = 6$

$S_{IR} = \{1, 6\}$

$S_1 : \begin{cases}2x + y = 7\\ xy = 3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x + y = 7\\ 2x\,y = 6\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}2x = 1\\ y = 6\end{cases}$ ou $\begin{cases}2x = 6\\ y = 1\end{cases}$

$\begin{cases}x = \frac{1}{2}\\ y = 6\end{cases}$ ou $\begin{cases}x = 3\\ y = 1\end{cases}$

$S_{IR^2} = \{(\frac{1}{2}, 6) ; (3, 1)\}$

1)a) Résoudre dans IR l'équation suivante : $x^2 - 7x + 6 = 0$

b) Résoudre alors dans IR^2 les systèmes suivants.

$(S_1)\begin{cases}2x + y = 7\\ xy = 3\end{cases}$ $(S_2)\begin{cases}1 + xy = 7x\\ \dfrac{y}{x} = 6\end{cases}$

2) Résoudre dans IR l'inéquation $\dfrac{x^2 - 6x + 7}{x + 1} < 1$

cond. $x \neq 0$

$\begin{cases}1 + xy = 7x\\ \dfrac{y}{x} = 6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{1}{x} + y = 7\\ \dfrac{1}{x}\,y = 6\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{1}{x} = 6\\ y = 1\end{cases}$ ou $\begin{cases}\dfrac{1}{x} = 1\\ y = 6\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}x = \dfrac{1}{6}\\ y = 1\end{cases}$ ou $\begin{cases}x = 1\\ y = 6\end{cases}$

$S_{IR^2} = \{(\frac{1}{6}, 1) ; (1, 6)\}$

$x^2 - 7x + 6 = 0$

$\begin{cases}x + y = 7 & S\\ xy = 6 & P\end{cases}$

$\begin{cases}x = 1\\ y = 6\end{cases}$ ou $\begin{cases}x = 6\\ y = 1\end{cases}$

2) Résoudre dans IR l'inéquation $\frac{x^2-6x+7}{x+1} < 1$ Condit° d'exis $x \neq -1$

$$\frac{x^2-6x+7}{x+1} - 1 < 0 \iff \frac{x^2-6x+7-x-1}{x+1} < 0$$

$$\iff \frac{x^2-7x+6}{x+1} < 0$$

$S_{IR} =]-\infty,-1[\cup]1,6[$

x	$-\infty$		-1		1		6		$+\infty$
x^2-7x+6		+		+	0	−	0	+	
$x+1$		−	0	+		+		+	
$\frac{x^2-7x+6}{x+1}$		−	‖	+	0	−	0	+	

Soit le polynôme P définie sur IR par $P(x) = x^3 - x - 1$

Sachant que P admet un racine $\alpha \in \left]\frac{2}{\sqrt{3}}, +\infty\right[$

1)a)Montrer que $P(x) = (x-\alpha)(x^2+\alpha x+\alpha^2-1)$

b)Vérifier que $3\alpha^2 > 4$

c) En déduire que α est l'unique racine de P.

α racine de $P \Rightarrow P(\alpha) = 0$

$\Rightarrow \alpha^3 - \alpha - 1 = 0$

$\Rightarrow \alpha^3 - \alpha = 1$

$(x-\alpha)(x^2+\alpha x+\alpha^2-1)$

$= x^3 + \alpha x^2 + \alpha^2 x - x - \alpha x^2 - \alpha^2 x - \alpha^3 + \alpha$

$= x^3 - x - \alpha^3 + \alpha$

$= x^3 - x - 1$

Soit le polynôme P définie sur IR par $P(x) = x^3 - x - 1$

Sachant que P admet un racine $\alpha \in \left]\frac{2}{\sqrt{3}}, +\infty\right[$

1)a)Montrer que $P(x) = (x-\alpha)(x^2 + \alpha x + \alpha^2 - 1)$

$\Delta < 0$

b)Vérifier que $3\alpha^2 > 4$

c) En déduire que α est l'unique racine de P.

b) $\alpha > \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha^2 > \frac{4}{3}$

$\Rightarrow 3\alpha^2 > 4$

c) $P(x) = 0$

$x - \alpha = 0$ ou $x^2 + \alpha x + \alpha^2 - 1 = 0$

$a = 1 \quad b = \alpha \quad c = \alpha^2 - 1$

$x = \alpha$

$\Delta = \alpha^2 - 4(\alpha^2 - 1)$

$= \alpha^2 - 4\alpha^2 + 4$

$= 4 - 3\alpha^2 < 0$

pas des solutions

$S_{\mathbb{R}} = \{\alpha\}$ $\Rightarrow \alpha$ l'unique racine de P

d)Déterminer alors le signe de $P(x)$.

le signe de $P(x)$ est celui de $x - \alpha$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$P(x)$		$-$	0	$+$	

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$x - \alpha$		$-$	0	$+$	
$x^2 + \alpha x + \alpha^2 - 1$		$+$		$+$	
$P(x)$		$-$	0	$+$	